

ANÁLISIS REGIONAL DE LA POBREZA PARA EL COLECTIVO DE LA TERCERA EDAD: INFERENCIA CLÁSICA vs. TÉCNICAS BOOTSTRAP

Ortiz Serrano, Salvador

Universidad Autónoma de Madrid. Departamento de Economía Aplicada.

Tlfn.: 91 497 4076

Fax: 91 497 4676

e-mail: salvador.ortiz@uam.es

De Lucas Santos, Sonia

Universidad Autónoma de Madrid. Departamento de Economía Aplicada.

Tlfn.: 91 497 2699

Fax: 91 497 4676

e-mail: sonia.delucas@uam.es

CÓDIGO JEL: I32, C13, C63

RESUMEN

En este trabajo se analiza el perfil regional de la pobreza en los hogares encabezados por mayores de 65 años, un colectivo especialmente sensible a situarse por debajo del umbral de pobreza. Para ello, a partir de los datos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2002, realizada por el Instituto Nacional de Estadística, se estiman índices de la familia de Foster, Greer y Thorbecke que permiten estudiar la incidencia, intensidad y desigualdad de la pobreza.

El objetivo de este trabajo es doble. Por un lado, se pretende obtener un mapa de la distribución regional de la pobreza para el colectivo de la tercera edad en España. Los resultados muestran que las comunidades autónomas con mayores niveles de pobreza son Castilla La Mancha, Extremadura y Andalucía. Por el contrario, las comunidades autónomas con menores niveles de pobreza son Navarra, Madrid y País Vasco.

Por otro lado, se pretende comparar la precisión de las técnicas de inferencia clásicas con técnicas basadas en métodos computacionales. Para ello, se estiman los índices de pobreza mediante el cálculo de intervalos de confianza utilizando dos métodos alternativos. En primer lugar, se obtienen los intervalos mediante la determinación de distribuciones asintóticas. Posteriormente, se determinan los intervalos utilizando metodología del *bootstrap* percentil. La comparación de estos métodos de estimación muestra cómo para muestras pequeñas, las técnicas *bootstrap* permiten obtener resultados más adecuados.

1.- INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han multiplicado los trabajos que analizan la pobreza en España desde una perspectiva estadística, gracias, entre otras cosas, a la disponibilidad de información de calidad para llevar a cabo este tipo de estudios. Cantó y otros (2000) realizan una revisión bastante exhaustiva de este tipo de trabajos durante las últimas décadas. Tal y como plantean estos autores el detonante de la explosión de este tipo de trabajos puede situarse en la disponibilidad de los datos de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares (EBPF) de 1973-74, 1980-01 y 1990-91, realizadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE).

La encuesta de 1990-91 fue la última encuesta básica que se realizó y a partir de entonces el INE se planteó realizar encuestas de carácter continuo. Sin embargo, esta nueva fuente de información hace difícil la comparación con las encuestas básicas en lo que se refiere a estudios estáticos de pobreza. A partir del tercer trimestre de 1997, el INE comienza a realizar una nueva Encuesta Continua de Presupuestos familiares (ECPF). Esta encuesta, aunque trimestral, es capaz de proporcionar datos anuales a través del fichero longitudinal proporcionado por el INE, que permite una comparación válida con las anteriores Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares.

Muchos de los trabajos realizados en España sobre el análisis de la pobreza han sido enfocados en analizar colectivos especialmente sensibles. Ejemplos de éstos son los trabajos de Cantó y Mercader-Prats (1998, 1999 y 2001), que se centran en la incidencia de la pobreza sobre la población infantil. Toharia (1993) y Cantó (1997) analizan de manera conjunta el fenómeno del desempleo y de la pobreza. Gradín y otros (2006) analizan las diferencias de género en la incidencia de la pobreza.

Otro aspecto interesante del análisis de la pobreza es el que se refiere al análisis regional. En lo que a España se refiere, son varios los trabajos que analizan las diferencias regionales. Se pueden destacar, entre otros, los trabajos de Ruiz-Castillo (1987) que utiliza datos de la EBPF de 1980-81, Ruiz-Huerta y Martínez (1994) que usan las EBPF de 1980-81 y de 1990-9, y Martín-Guzmán y otros (1996) realizan comparaciones regionales con datos de las EBPF de 1973-74, 1980-81 y 1990-91. Del Río y Ruiz-Castillo (2001) realizan comparaciones regionales utilizando curvas TIP a partir de datos de las ECPF de 1980-81 y 1990-91. Ayala y Palacios (2000) utilizan los programas autonómicos contra la pobreza para establecer las líneas de pobreza. Martínez (2005) plantea líneas de pobreza diferentes para cada comunidad autónoma y realiza un análisis utilizando datos fiscales comparando los resultados del análisis de pobreza con el PIB per cápita de cada CC.AA. En el trabajo de Aldás y otros (2006) se analiza el gasto de las comunidades autónomas españolas a partir de las ECPF desde 1998 hasta 2002; además de

un análisis exhaustivo del perfil del gasto de los hogares por CC.AA. realizan un análisis comparativo, en lo que a desigualdad se refiere, para este período.

En este trabajo se analiza la distribución regional de la pobreza en España para el colectivo de los hogares encabezados por mayores de 65 años. Este tipo de hogares, especialmente sensible a estar por debajo del umbral de pobreza, ha ido aumentando a lo largo de los últimos años en España¹. Para llevar a cabo este estudio se dispone de la información del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares llevada a cabo por el Instituto Nacional de Estadística para el año 2002. En el análisis de la pobreza realizado, una parte importante del mismo es la utilización de la inferencia estadística a la hora de estimar los niveles de pobreza para cada una de las comunidades autónomas. Concretamente, se determinarán los intervalos de confianza para distintos indicadores utilizando dos técnicas de inferencia estadística alternativas: la que denominaremos inferencia clásica, basada en distribuciones asintóticas, y las técnicas basadas en métodos computacionales.

El objetivo de este trabajo es doble. Por un lado, se pretende obtener un mapa de la distribución regional de la pobreza para el colectivo de la tercera edad en España. Por otro lado, se pretende comparar la precisión de las técnicas de inferencia clásicas con técnicas basadas en métodos computacionales.

2.- MARCO TEÓRICO - METODOLOGÍA

A lo largo del tiempo se han producido avances metodológicos que han supuesto una clara mejoría en la medición de la pobreza, aunque siguen manteniéndose una serie de aspectos en los que el investigador tiene que decidir el camino a seguir. Estas decisiones que deben adoptarse (en la mayoría de los casos de manera arbitraria ya que no existe consenso sobre cuál es la mejor elección) se refieren a la elección del indicador monetario de bienestar, a la determinación de la línea de pobreza, a la elección del elemento objeto de estudio (hogares o individuos) y a la selección del índice para evaluar la pobreza.

Respecto a la primera cuestión, los indicadores más frecuentemente utilizados son los ingresos y los gastos de los hogares o individuos de la población que se pretende estudiar. La elección de uno u otro está sujeta, por un lado, a las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, sin existir consenso sobre cuál de ellos es mejor. Aunque en principio el ingreso parece una mejor opción para determinar los recursos de un hogar o individuo, de acuerdo con la teoría de la renta permanente de Friedman, el nivel de gastos es más estable y por tanto más acorde a la idea de renta permanente (ya que un hogar o individuo no

¹ Según la Encuesta Básica de Presupuestos Familiares de 1990-91, el 25% de los hogares en España estaban encabezados por mayores de 65 años. Esta cifra se incrementa hasta un 27% según los datos de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares de 1998. Y llega hasta un 32% según los datos de esa misma encuesta para el año 2002.

reducirá su nivel de gasto ante una caída transitoria de los ingresos y por tanto no reducirá su nivel de bienestar). Por otro lado, y de manera especial, la decisión de cuál utilizar dependerá de las características particulares de la fuente de datos utilizada en cada estudio concreto. En este trabajo, dado que la fuente utilizada son las Encuestas de Presupuestos Familiares del INE, se considerará como indicador el gasto total, ya que ésta es la variable que se recoge con un mayor grado de detalle.

En cuanto a la segunda decisión a adoptar, la línea de pobreza, existen diferentes opciones. De manera general, se pueden distinguir dos tipos básicos de umbrales o líneas de pobreza: aquellos de carácter objetivo (que, a su vez, se pueden dividir en umbrales relativos y umbrales absolutos, además de un tercero que sería una combinación de los dos) y aquellos de carácter subjetivo. Los umbrales de pobreza objetivos se determinan a partir de la información objetiva que proporcionan los hogares o individuos (como son los datos que ofrece el hogar o individuo sobre ingresos y gastos en las distintas encuestas dirigidas a hogares). Los umbrales subjetivos, por el contrario, se determinan a partir de la percepción de los hogares o individuos sobre su situación y necesidades.

En el caso de las líneas de pobreza relativas, para determinar el umbral de pobreza se suele tomar una determinada fracción de una medida de posición central de los ingresos o gastos equivalentes. Es frecuente el uso del 50 o 40 por ciento de la media de los ingresos o gastos, o el 60 por ciento de la mediana, más robusta que la media. Ésta última es la utilizada con mayor frecuencia en las últimas investigaciones y será la que se considere en la parte empírica de este trabajo.

Otra decisión importante, y no exenta tampoco de problemas, es la elección del elemento objeto de estudio: el hogar o el individuo. Si bien la pobreza puede considerarse como un concepto esencialmente individual, la mayoría de las fuentes de información suministran datos sobre hogares (este es el caso de las Encuestas de Presupuestos Familiares utilizados en este trabajo). Por tanto, habrá que decidir si se toman los hogares como elemento objeto de estudio o si, por el contrario, se determina a partir de los datos referidos a hogares, sus correspondientes valores para los individuos. En este paso de hogar a individuo habrá que tener en cuenta las diferencias de necesidades entre los individuos pertenecientes al hogar, las economías de escalas que se producen dentro del hogar, y cómo se distribuyen los recursos entre los distintos miembros del hogar. Aquí entran en juego las escalas de equivalencia cuyo objetivo es llevar a cabo una normalización que permita el análisis comparativo de hogares con distintas composiciones.

Las escalas de equivalencia actúan de la siguiente manera: se toma un hogar de referencia, que normalmente es un hogar formado por un solo miembro adulto. Para cada hogar, en función de su tamaño

y de sus características demográficas, se determinan sus necesidades con relación al hogar de referencia. Una escala de equivalencia ampliamente utilizada es la propuesta por Coutler, Cowels y Jenkins (1992) y otros. Esta escala consiste en suponer que los hogares difieren únicamente en el número de miembros. Por ello la escala que proponen sólo depende del número de miembros del hogar y de un parámetro mayor o igual a cero que determina el grado de economías de escala que se disfruta dentro del hogar:

$$E_s = E(s, e)$$

Según esta función, el tamaño equivalente del hogar será tan sólo función del tamaño (s) y del parámetro e . La función E_s es creciente en e y en s y admite que el hogar de referencia sea el formado por un solo miembro, de manera que $E_1=1$.

Para determinar el ingreso o gasto equivalente del hogar habrá que dividir el ingreso o el gasto por el tamaño equivalente:

$$y_i^e = \frac{y_i}{E_{s,i}}$$

Un caso particular de esta escala de equivalencia es la propuesta por Buhman y otros (1988) donde la forma funcional de E_s sería:

$$E_s = s^e$$

Esta opción ha sido ampliamente utilizada ya que permite una fácil interpretación en términos de economías de escala en función del valor del parámetro. El valor intermedio de este parámetro $e=0,5$ es el valor que se utiliza de manera más habitual en los últimos trabajos y será el que utilizemos en este trabajo. Existen diversos trabajos que analizan el efecto de la utilización de distintas escalas de equivalencia² donde se llega a la conclusión de que no hay ninguna que se pueda considerar superior a otras. En estos trabajos se observa que, aunque a nivel de microdato el uso de las escalas hace que las ordenaciones de los hogares en cuanto a gasto o ingreso cambien, sin embargo, a nivel agregado no se producen grandes diferencias.

La última decisión que habrá que tomar, desde esta aproximación al concepto de pobreza, es la que se refiere a la forma de evaluar las distintas dimensiones de la pobreza: incidencia, intensidad y desigualdad. En este sentido, la literatura proporciona gran variedad de medidas que permiten analizar tales dimensiones. En este trabajo se utilizan la familia de índices de Foster, Creer y Thorbecke (1984). Estos índices que se utilizarán aquí han sido seleccionados atendiendo, por un lado, a la necesidad de abarcar todas las dimensiones de la pobreza y, por otro lado, a las propiedades que cumplen. Una de sus

² En Martín-Guzmán y otros (1996) puede verse el efecto de diferentes escalas de equivalencia.

principales propiedades es que son aditivamente descomponibles, lo que permite determinar la aportación de cada CC.AA. al índice general, así como facilitar la determinación asintótica de su distribución en la aplicación de inferencia estadística. Dichos índices quedan definidos a partir de la siguiente expresión:

$$FGT_{\alpha}(y; z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[\frac{z - y_i}{z} \right]^{\alpha-1}, \alpha > 0,$$

donde según el valor de α (parámetro de aversión a la desigualdad) se obtienen distintos índices. A mayores valores de α más importancia relativa se le da a los desniveles de pobreza relativa mayores. También se puede comprobar que para α igual a uno, el índice muestra la proporción de pobres³. Para α igual a dos el índice es igual al producto de la proporción de pobres por el desnivel de pobreza⁴. Mientras que para un valor de α igual a tres el índice es:

$$FGT_3 = H \left[I^2 + (1-I)^2 CV_p^2 \right],$$

Como se observa, incorpora un índice de desigualdad en el índice de pobreza (el coeficiente de variación de Pearson (CV)), recogiendo, de esta manera, ese aspecto de la pobreza.

Estos índices de pobreza serán calculados a partir de los datos de la correspondiente Encuesta de Presupuestos Familiares. Por tanto, serán estimaciones de los valores poblacionales y por ello, es obligado estudiar su precisión a partir de herramientas de inferencia estadística que permitan establecer la relevancia estadística de las diferencias observadas. A continuación se describen las dos técnicas de inferencia utilizadas.

2.1 Inferencia clásica

El análisis inferencial de los índices de pobreza según esta metodología se basa en el cálculo de las distribuciones asintóticas de los estimadores de las medidas de pobreza⁵.

Los índices utilizados en este trabajo son índices descomponibles aditivamente del tipo:

$$G = \int_0^z g(z, y) f(y) dy,$$

³ $H = \frac{q}{n}$, donde q es el número de pobres y n el total de elementos.

⁴ $FGT_2 = HI; I = \frac{\sum_{i=1}^q \left(\frac{z - y_i}{z} \right)}{q}$ donde I es el desnivel de pobreza, z es el umbral de pobreza e y_i es la renta del individuo i-ésimo.

⁵ Desarrollos más completos los encontramos en Kakwani (1989); Bishop, Chow y Zheng (1995); Bishop, Formby y Zheng (1997); Rongve (1997); Davidson y Duclos (2000); Formby, Kim y Zheng (2001) y Schluter y Trede (2002).

donde z es el umbral de pobreza, $f(y)$ es la función de densidad de la variable Y (indicador monetario considerado) y $g(z, y)$ es una función del valor de la variable Y y del umbral de pobreza.

Para este tipo de índices se va a seguir la metodología propuesta por Kakwani (1989), lo que va a permitir determinar los intervalos de confianza para las estimaciones de los índices así como realizar contrastes de hipótesis para los mismos.

Por ello, el estudio de este tipo de índices parte de una muestra aleatoria simple de la variable Y (indicador monetario), $Y_n = y_1, y_2, \dots, y_n$, obtenida de una determinada población con esperanza μ y varianza σ^2 . Si se define por G una medida de pobreza y por \hat{G} el valor de la medida para la muestra Y_n , se demuestra que

$$\sqrt{n}(\hat{G} - G) \xrightarrow{TCL} N(0, \sigma^2(G))$$

Además, si $\hat{\sigma}^2(\hat{G})$ es un estimador consistente de $\sigma^2(\hat{G})$, entonces se puede obtener un estadístico t que permite realizar análisis inferenciales para la medida de pobreza G :

$$t = \frac{\hat{G} - G}{SE(\hat{G})} \xrightarrow{TCL} N(0,1),$$

donde $SE(\hat{G}) = \frac{\hat{\sigma}^2(\hat{G})}{\sqrt{n}}$

Con esta metodología se determinan las distribuciones asintóticas para cualquier índice de la familia de los índices de pobreza FGT_α , aditivamente descomponibles, cuya estimación muestral vendrá dada por:

$$\hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(y_i, z),$$

que considerando:

$$M_i = \begin{cases} g(y_i, z) & \text{si } y_i < z \\ 0 & \text{o.c.} \end{cases}$$

El estimador de G es:

$$\hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i,$$

que es un estimador insesgado ya que su esperanza es el verdadero valor de G :

$$E(\hat{G}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(M_i) = \frac{1}{n} n E(M_i) = E(M_i)$$

siendo $E(M_i) = \int_0^{+\infty} M f(y) dy = \int_0^z g(y, z) f(y) dy = G$

Por otro lado, la varianza de la variable M_i será:

$$Var(M_i) = E[M_i - G]^2 = \left[\int_0^z g^2(y, z) f(y) dy \right] - G^2$$

Siendo la estimación de dicha varianza:

$$\hat{V}ar(M_i) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^q g^2(y_i, z) \right] - \hat{G}^2$$

Tal y como se ha construido \hat{G} , por el Teorema Central del Límite se obtiene que

$$\sqrt{n}(\hat{G} - G) \xrightarrow{rCL} N(0, Var(M)),$$

y a partir de esta distribución asintótica se determina la expresión y distribución del estadístico t que permitirá realizar análisis inferenciales para los índices G :

$$t = \frac{\hat{G} - G}{SE(\hat{G})} = \frac{\sqrt{n}(\hat{G} - G)}{\sqrt{\hat{V}ar(M_i)}} \xrightarrow{a} N(0,1)$$

En concreto, para la familia de **índices FGT $_{\alpha}$** la función $g(y, z)$ toma la siguiente expresión:

$$g(y, z) = \left(\frac{z - y}{z} \right)^{\alpha-1} \text{ y por tanto } \hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^{\alpha-1} = F\hat{G}T_{\alpha}$$

Por tanto, la varianza para este tipo de índices será la siguiente:

$$\begin{aligned} \hat{V}ar(M_i) &= \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^q g^2(y_i, z) \right] - \hat{G}^2 = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left(\frac{y_i - z}{z} \right)^{2(\alpha-1)} \right] - F\hat{G}T_{\alpha}^2 = \\ &= F\hat{G}T_{2(\alpha-1)+1} - F\hat{G}T_{\alpha}^2 \end{aligned}$$

y consiguientemente el estadístico t vendrá dado por:

$$t = \frac{\hat{G} - G}{SE(\hat{G})} = \frac{\sqrt{n}(\hat{G} - G)}{\sqrt{\hat{V}ar(M_i)}} = \frac{\sqrt{n}(F\hat{G}T_{\alpha} - FGT_{\alpha})}{\sqrt{F\hat{G}T_{2(\alpha-1)+1} - F\hat{G}T_{\alpha}^2}} \xrightarrow{a} N(0,1)$$

2.2 Metodología *Bootstrap*

La aplicación del *bootstrap*, para el caso de datos independientes, fue introducida por Efron (1979). Se trata de un método de remuestro desde los propios datos, a partir del cual se pueden obtener medidas de precisión sobre las estimaciones estadísticas realizadas, o intervalos de confianza para los estadísticos objeto de estudio.

Las ventajas que aporta sobre los métodos tradicionales, cuando se usa en modo no paramétrico, implica el no tener que hacer supuestos sobre la forma de la población a estudiar; mientras que si se usa en modo paramétrico, ello puede aportar más precisión que las fórmulas tradicionales en problemas donde se conoce algo de la forma de la función de distribución. En concreto, Efron y Tibshirani (1986, 1993)

demuestran que es un método fiable y consistente para la estimación de distribuciones de un estimador o de un test estadístico; de hecho es más preciso en muestras finitas que las aproximaciones asintóticas, según señala Horowitz (2001).

Formalmente, el método del *bootstrap* consiste en, a partir del vector de datos observado $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, obtener el estadístico de interés $s(x)$. Para ello, remuestreando aleatoriamente desde el vector de datos originales, N veces con reemplazamiento, se obtiene la muestra *bootstrap* $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$. Repitiéndose dicha operación B veces, se obtiene el estimador *bootstrap* que se corresponde con alguna medida, como puede ser la media o la desviación estándar, de los valores $s(x_1^*), \dots, s(x_B^*)$ de cada muestra *bootstrap*⁷.

En el presente trabajo, para cada muestra *bootstrap* se obtienen los índices de pobreza FGT₁, FGT₂ y FGT₃, para el total de España y por comunidades autónomas⁸. El estadístico de interés será la media de cada uno de los índices de pobreza. La estimación del estadístico *bootstrap* se realiza en modo no paramétrico, ya que no se establece ningún supuesto sobre la distribución de los datos. Para la comparación de dichas estimaciones con la inferencia clásica, se analizan los intervalos de confianza mediante el método percentil, que obtiene el intervalo percentil $(1 - 2\alpha)$ como:

$$ICp = [\hat{\theta}_{\%inf}; \hat{\theta}_{\%sup}] \approx [\hat{\theta}_B^{*(\alpha)}, \hat{\theta}_B^{*(1-\alpha)}],$$

donde $\hat{\theta}_{\%inf}$ y $\hat{\theta}_{\%sup}$ son los percentiles α y $(1-\alpha)$, respectivamente, de la función de distribución acumulada \hat{F} . Estos percentiles se aproximarían a los valores teóricos correspondientes, dada una distribución conocida, y por definición serían $\hat{\theta}_B^{*(\alpha)} = \hat{F}^{-1}(\alpha)$ y $\hat{\theta}_B^{*(1-\alpha)} = \hat{F}^{-1}(1-\alpha)$. En consecuencia, con este método se evita establecer supuestos a priori sobre la función de distribución de los datos.

La técnica *bootstrap* se ha desarrollado en MATLAB, un entorno computacional, ampliamente extendido, abierto, eficiente y de alta calidad numérica. Ello ha permitido realizar un número elevado de réplicas de cada muestra, en concreto 1000, con un tiempo de cómputo reducido.

⁶ A la hora de utilizar en la práctica el *bootstrap*, una de las primeras cuestiones que se plantea es decidir cuántas réplicas se van a realizar. Es claro que lo ideal es que el número de las réplicas sea lo mayor posible, sin embargo, se debe considerar que el tiempo de cómputo depende de lo que se tarde en evaluar cada una de las réplicas *bootstrap*, y que incrementa linealmente con el número de las mismas. Efron y Tibshirani (1993) han explorado ampliamente esta cuestión y, basándose en su experiencia, señalan que el número de réplicas para la estimación de errores estándar suele estar entre 50 y 200, mientras que para estimar intervalos de confianza el número requerido de réplicas es necesariamente mayor de 200.

⁷ Para más detalles ver Efron y Tibshirani (1993).

⁸ Aplicaciones de la metodología *bootstrap* en el análisis de la pobreza pueden verse en Gradín (2001) y Biemen (2002).

3.- ANÁLISIS EMPÍRICO

3.1.- Base de datos

Para realizar el análisis empírico se utiliza el fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares realizada por el INE para el año 2002, con una muestra superior a 9000 hogares. El objetivo de esta encuesta es conocer el consumo de los hogares españoles con diversas finalidades: la determinación del consumo para la contabilidad nacional, así como determinar el sistema de ponderaciones para el cálculo del IPC. Además de las variables destinadas a conocer el consumo de los hogares, hay una gran cantidad de información adicional sobre condiciones de vida que permite hacer diversos análisis sobre el comportamiento de los hogares españoles.

El hecho de que este tipo de encuestas estén centradas en el cálculo del consumo, hace que el indicador que se utilice para estudios de desigualdad y pobreza sea el del gasto en vez del ingreso, ya que, aunque se recoge este dato, la calidad es mucho mayor para el gasto.

Para llevar a cabo el estudio se seleccionarán, de la muestra total, los hogares cuyo sustentador principal sea mayor de 65 años. Esto hace que la muestra con la que se trabaje sea de 2965 hogares.

3.2.- Metodología

Como se ha expuesto en el epígrafe dedicado al marco teórico, en los análisis estadísticos de pobreza hay que tomar una serie de decisiones en cuanto al indicador de bienestar, el umbral de pobreza y los indicadores de pobreza utilizados. En este trabajo se ha optado por tomar como indicador de bienestar el gasto equivalente de los hogares, obtenido al dividir el gasto total del hogar entre la raíz cuadrada del número de miembros. El umbral de pobreza considerado es el 60% de la mediana de la distribución del gasto equivalente de los hogares. Como indicadores de pobreza se han utilizado tres con la intención de abarcar las diferentes dimensiones de la pobreza: incidencia, intensidad y desigualdad. Concretamente los indicadores elegidos son: el índice FGT_1 (proporción de pobres), que medirá la incidencia de la pobreza; el índice FGT_2 que, además de la incidencia, tiene en cuenta la intensidad de la misma; y el índice FGT_3 , que analiza la desigualdad entre los hogares pobres.

La estructura de este epígrafe es la siguiente: en la primera parte se calcularán los índices de pobreza para el colectivo elegido tanto para el total nacional como para cada una de las comunidades autónomas de manera que se obtenga un perfil regional de la pobreza para el colectivo de mayores de 65 años, mientras que en la segunda parte se compararán los resultados de inferencia estadística aplicando

por un lado la metodología clásica y por otro la metodología *bootstrap*. Para ello se obtendrán los intervalos de confianza para cada uno de los índices.

3.3.- Distribución regional de la pobreza en España en 2002 para hogares encabezados por mayores de 65 años⁹

Para determinar el perfil de la pobreza en España para los hogares encabezados por mayores de 65 años se estudia el valor de los índices en las distintas comunidades autónomas. La inferencia estadística nos ayudará a la hora de determinar diferencias significativas entre CC.AA.

El índice FGT₁ indica la proporción de pobres, según este indicador, el 25% de los hogares españoles encabezados por mayores de 65 años están por debajo del umbral de pobreza de la sociedad española. Esta proporción es sensiblemente superior a la del total de los hogares españoles que se sitúa en el 15%. No obstante, su distribución a lo largo del territorio nacional no es homogénea. Las comunidades con mayor incidencia de la pobreza, en hogares encabezados por mayores de 65 años, son Extremadura (casi un 50% de hogares pobres), Castilla – La Mancha (43%), Andalucía (40%) y Castilla León (35%). A continuación aparece un grupo de comunidades con incidencia de la pobreza intermedia formado por Galicia (30%), Canarias (28%), Comunidad Valenciana (27%), Islas Baleares (24%) y Asturias (23%). Un tercer grupo de regiones con niveles intermedios de pobreza pero por debajo de la media nacional lo formarían Cataluña (20%), Cantabria (19%), Aragón (19%), Murcia (18%) y La Rioja (17%). Por último, el grupo de las regiones con menos incidencia de la pobreza lo formarían Ceuta y Melilla (11%), Navarra (9%), Madrid (6%) y País Vasco (1%).

Esta ordenación de las comunidades autónomas, para los hogares cuyo sustentador principal es mayor de 65 años, es parecida a la relativa al total de la población española. Las únicas excepciones se refieren a Ceuta y Melilla, Islas Baleares y Cataluña. En lo referente a Ceuta y Melilla, esta comunidad autónoma presenta unos niveles de incidencia de pobreza por encima de la media nacional cuando se consideran todos los hogares, formando parte del grupo de comunidades con niveles de pobreza intermedia por encima de la media nacional y, sin embargo, para la población mayor de 65 años está situada dentro del grupo de comunidades con menores niveles de incidencia de la pobreza. En el caso opuesto nos encontramos a las comunidades de Islas Baleares y Cataluña. Estas regiones presentan, en términos relativos, peor nivel en cuanto a la incidencia de la pobreza, ya que ocupan peores posiciones

⁹ Ver tablas 1 y 2 del anexo 1.

relativas dentro del conjunto de regiones españolas cuando se consideran los hogares encabezados por mayores de 65 años.

Cabe destacar que, aunque en general la incidencia de la pobreza es mayor entre la población mayor de 65 años si se compara con el total de hogares, esta regla no se cumple para Ceuta y Melilla donde es sensiblemente inferior (16% frente al 11%), ni para el País Vasco donde es similar (cerca del 1% en ambos casos).

Si nos centramos en el índice FGT_2 , que además de la incidencia de la pobreza, tiene en cuenta la intensidad de la misma, observamos cómo la posición relativa de las comunidades cambia. Para este índice se observa un grupo de comunidades con altos niveles de pobreza formado por Castilla - La Mancha, Extremadura, Andalucía, Castilla León y Galicia. A continuación estaría un grupo con niveles intermedios formado por Cantabria, Comunidad Valenciana, Aragón y Asturias. En este grupo hay que destacar el caso de Cantabria y Aragón que empeoran bastante su posición relativa para este índice respecto al índice FGT_1 , lo que indica que tienen niveles de intensidad de la pobreza altos, mayores que el resto de comunidades.

El siguiente grupo, formado por regiones con niveles intermedios de pobreza por debajo de la media nacional, estaría compuesto por Canarias, Cataluña, Murcia, Baleares y La Rioja. De este grupo cabe destacar la mejoría relativa en la posición de los dos archipiélagos respecto a la ordenación del índice FGT_1 , esto indicaría que tanto en Canarias como en Baleares la incidencia de la pobreza es alta, pero, sin embargo, la intensidad es baja.

Por último se tiene a las comunidades de Ceuta y Melilla, Navarra, Madrid y País Vasco como las que menores niveles de pobreza presentan de acuerdo al índice FGT_2 .

La ordenación de las comunidades autónomas que se obtiene para los hogares encabezados por mayores de 65 años con el índice FGT_2 es similar a la obtenida para todos los hogares salvo el caso de Ceuta y Melilla que mejora ostensiblemente su posición relativa al igual que ocurría con el índice FGT_1 . Lo mismo ocurre con Canarias, que mejora ligeramente su posición relativa cuando se considera sólo a los hogares encabezados por mayores de 65 años. En el caso opuesto se sitúa Aragón, que empeora su posición relativa aunque ligeramente.

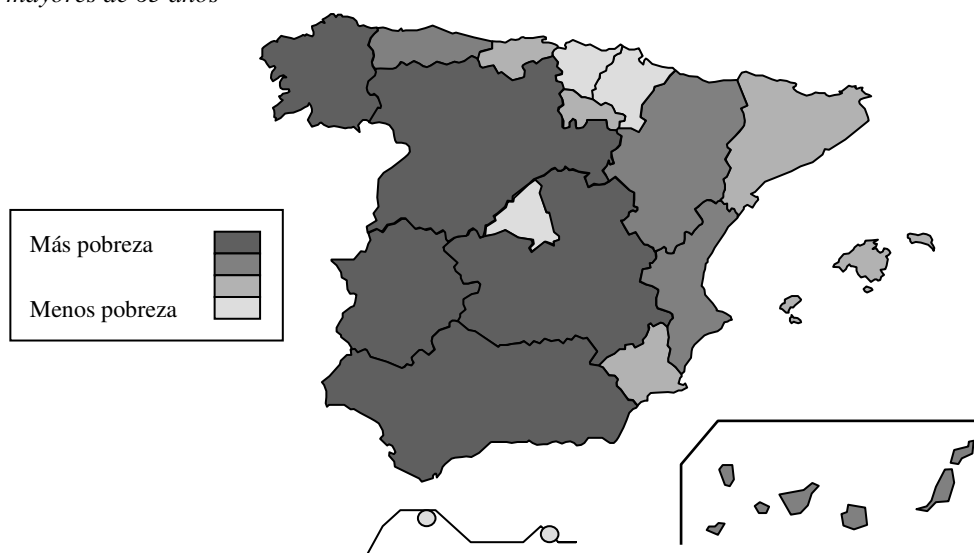
Al igual que ocurría con el índice FGT_1 , en el caso del índice FGT_2 los valores son superiores al considerar sólo los hogares encabezados por mayores de 65 años salvo en el caso de Ceuta y Melilla que se reduce - 0.045 para todos los hogares y 0.029 para los hogares encabezados por mayores- y el País Vasco que presenta valores muy parecidos (0.002).

Al considerar el índice FGT_3 , que tiene en cuenta, además de la intensidad y la incidencia, la desigualdad entre los pobres nos encontramos con una ordenación similar a la vista para el índice FGT_2 . En este caso cabe destacar el empeoramiento relativo de Galicia que indicaría una fuerte desigualdad entre los hogares pobres de dicha región.

Si se compara esta ordenación de las comunidades autónomas para los hogares encabezados por mayores con la obtenida para el conjunto total de hogares españoles se observan resultados muy parecidos, donde cabría destacar la mejor situación de los hogares encabezados por mayores en el caso de Ceuta y Melilla, Islas Canarias y Extremadura y la peor situación en el caso de Galicia.

Tras este análisis por separado de los tres indicadores de pobreza se podría generar un mapa de la distribución regional de la pobreza en hogares encabezados por mayores de 65 años representado en la figura 1. El grupo de las comunidades más pobres lo formarían Castilla La Mancha, Extremadura, Andalucía, Galicia y Castilla León. Seguiría un grupo con niveles intermedios de pobreza formado por Cantabria, Comunidad Valenciana, Aragón y Canarias. A continuación vendría un grupo con niveles intermedios de pobreza aunque por debajo de la media nacional formado por Asturias, Cataluña, Murcia, Islas Baleares y La Rioja. Por último, estaría el grupo de las comunidades con hogares encabezados por mayores de 65 años con menores niveles de pobreza compuesto por Ceuta y Melilla, Navarra, Madrid y País Vasco.

Figura 1. Distribución regional de la pobreza en España en 2002 de los hogares encabezados por mayores de 65 años



3.4.- Inferencia clásica vs metodología *bootstrap*.

La inferencia clásica para los índices de pobreza estudiados, cuando se dispone de muestras pequeñas, puede presentar problemas a la hora de asumir la convergencia del estadístico a la distribución normal. La utilización de la metodología *bootstrap* supone una ventaja al no establecer supuestos a priori sobre la función de distribución.

En este trabajo comparamos los resultados obtenidos con la inferencia clásica y con la metodología *bootstrap* (realizándose 1000 réplicas de las muestras). Para ello se han calculado los intervalos de confianza con ambas metodologías, con el propósito de determinar cuál de los métodos proporciona intervalos de menor amplitud para un mismo nivel de confianza. También se han obtenido las funciones Kernel y los distintos gráficos box-plot, para los distintos índices generados por las muestras *bootstrap*, para determinar en qué medida las distribuciones de los índices se aproximan a la campana de Gauss.

Si nos fijamos en la amplitud de los intervalos, observamos que, de manera general, no se observa una reducción con la metodología *bootstrap*, lo que implicaría una mejora en la precisión de las estimaciones sólo en algunas comunidades, y para algunos indicadores observamos una reducción en la amplitud del intervalo con la metodología *bootstrap*. En la tabla 4 del anexo 1 pueden verse estos resultados donde se observa mayor precisión para aquellos intervalos *bootstrap* en los que la inferencia clásica incluye valores negativos, y para las muestras más pequeñas representadas por las comunidades autónomas de Ceuta y Melilla, el País Vasco, la Rioja, Navarra, Extremadura, Aragón y Asturias.

Una de las ventajas de la utilización de la metodología *bootstrap* se observa claramente en los intervalos de confianza calculados con la metodología clásica que presentan valores negativos para el intervalo inferior. Como puede apreciarse en la tabla 2 del anexo 1, esto ocurre para las comunidades autónomas con pocos datos, como Ceuta y Melilla, el País Vasco, Navarra, e incluso para alguna muestra grande, como es el caso de Madrid. Este tipo de resultados, fuera del rango de posibles valores del indicador, no se dan con la metodología *bootstrap*, como se puede observar en la tabla 3 del anexo 1, ya que ésta se basa en la distribución empírica de dicho indicador.

Las distribuciones empíricas generadas por el remuestreo representan de forma más adecuada el comportamiento de los datos originales. Como puede observarse en las figuras del anexo 2, para muchas de las comunidades las distribuciones no presentan normalidad debido a la asimetría y/o apuntamiento en la mayoría de las muestras. Esto último justificaría el uso del *bootstrap* para la construcción de intervalos de confianza, como señalan Efron y Tibshirani (1993), en vez de los derivados de la metodología clásica

basados en la convergencia a distribuciones normales que cuando se dispone de muestras reducidas pueden alejarse de la realidad.

4.- CONCLUSIONES

La realización de este trabajo ha permitido conocer la distribución regional de la pobreza para los hogares españoles encabezados por mayores de 65 años. El grupo de las comunidades más pobres lo formarían Castilla La Mancha, Extremadura, Andalucía, Galicia y Castilla León. Seguiría un grupo con niveles intermedios de pobreza formado por Cantabria, Comunidad Valenciana, Aragón y Canarias. A continuación vendría un grupo con niveles intermedios de pobreza aunque por debajo de la media nacional formado por Asturias, Cataluña, Murcia, Islas Baleares y La Rioja. Por último, estaría el grupo de las comunidades con hogares encabezados por mayores de 65 años con menores niveles de pobreza compuesto por Ceuta y Melilla, Navarra, Madrid y País Vasco.

En términos generales se puede decir en todos los aspectos de la pobreza, ésta es mayor entre los hogares encabezados por mayores de 65 años, salvo en las comunidades del País Vasco y en Ceuta y Melilla. En lo que se refiere al mapa regional de pobreza, tanto el de los hogares encabezados por mayores como el del conjunto de hogares españoles se parecen bastante salvo en lo que se refiere a algunas comunidades. Concretamente, las comunidades de Ceuta y Melilla, Canarias y Extremadura presentan una mejor posición relativa para los hogares encabezados por mayores de 65 años frente a la situación para el total de hogares. En el otro extremo estarían las comunidades de Galicia, Baleares y Aragón. Estas comunidades están situadas en una peor posición relativa cuando se consideran los hogares encabezados por mayores de 65 años que la obtenida para el total de hogares. El resto de comunidades mantienen, más o menos su posición dentro de la ordenación tanto para hogares encabezados por mayores como para el total.

En lo que se refiere a la comparación entre la inferencia clásica basada en distribuciones asintóticas y la derivada de la metodología *bootstrap*, se puede concluir que aunque esta última no presenta intervalos de confianza menos amplios de manera general, sí que ofrece resultados más adecuados ya que se basan en las distribuciones observadas, lo que permite adaptar los intervalos a las asimetrías y curtosis de las distribuciones de los índices analizados, de manera que no ofrece intervalos fuera del rango de los valores posibles de los índices, como es el caso de los intervalos derivados de la inferencia clásica, sobre todo para aquellas muestras de tamaño reducido que presentan varianzas relativamente elevadas.

BIBLIOGRAFÍA

- Aldás, J.; Goerlich, F.J. y Mas, M. (2006). "Gasto de las familias en las CC.AA. españolas (1998-2002): Pautas de consumo, desigualdad y convergencia". *Fundación Caixa Galicia, Centro de Investigación Económica y Financiera*.
- Ayala, L.; Palacio, J. I. (2000). "Hogares de baja renta en España: caracterización y determinantes". *Revista de Economía Aplicada*. Nº 23, vol. VIII, pp. 35-70.
- Biemen, M. (2002). "Bootstrap inference for inequality, movility and poverty measurement". *Journal of Econometric Research*. 47:4, pp 317-340
- Bishop, J.A.; Chow, K.V. ; Zheng , B. (1995). "Statistical inference and decomposable poverty measures". *Bulletin of Economic Research*. 47:4, pp. 329-340
- Bishop, J.A.; Formby, J.P.; Zheng, B. (1997). "Statistical inference and the Sen index of poverty". *International Economic Review*. Vol. 38, nº 2. Mayo 1997, pp. 381-387
- Buhmann, B.; Rainwater, L.; Schmaus, G.; Smeeding, T. (1988). "Equivalence scales, Well-Being, Inequality and Poverty: Sensitive Estimates across then countries using the Luxembourg Income Study (LIS) database". *Review of Income and Wealth*. 34, pp. 115-142.
- Cantó, O. (1997). "Desempleo y pobreza en la España de los noventa". *Papeles de Economía Española*, 72, pp. 88-105.
- Cantó, O; del Río, C.; Gradín, C. (2000). "La situación de los estudios de desigualdad y pobreza en España" *Cuadernos de Gobierno y Administración*, 2, pp. 25-94.
- Cantó, O. y Mercader-Prats, M. (1998), "Child Poverty in Spain: What Can Be Said?". *Innocenti Occasional Papers, Economic and Social Policy Series*, nº 66, UNICEF International Child Development Centre, Florencia.
- Cantó, O. y Mercader-Prats, M. (1999), "Poverty among children and youth in Spain: The role of parents and youth employment status". *Documento de Trabajo*, nº 99-07, Departament d'Economia Aplicada, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Cantó, O. y Mercader; M. (2001). "Pobreza y familia: ¿son los jóvenes una carga o una ayuda?". *Papeles de Economía Española: Distribución de la renta en España*. Nº 88.
- Coutler, F.; Cowell, F.; Jenkins, S. (1991). "Equivalence scale relativities and the extent of ineuality and poverty". *The Economic Journal*. 102. pp. 1067-1082.
- Dalton, H. (1920). "The measurament of the inequality of incomes". *Economic Journal* (30).
- Davidson, R.; Duclos, J.Y. (2000). "Statistical inference for stochastic dominance and for the measurement of poverty and inequality". *Econometrica*. Vol. 68, nº 6.
- Del Río, C. y Ruiz-Castillo, J. (2001). "TIPs for Poverty. The Case of Spain, 1980-81 to 1990-91". *Investigaciones Económicas*. XXV, pp. 63-92, enero 2001.
- Efron, B. (1979), " Bootstrap methods: another look at the jackknife", *Annals Statistics*, 7, pp. 1-26.
- Efron, B. y Tibshirani, R. J. (1986), "Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures fo statistical accuracy (with discussion)", *Statist. Sci.*, 1, pp. 54-77.
- Efron, B. y Tibshirani, R.J. (1993), "An Introduction to the Bootstrap", *Monographs on Statistics and Applied Probability*, 57, Chapman & Hall Inc, New York.
- Formby, J.P.; Kim, H.; Zheng, B. (2001). "Sen measures of poverty in the United States: cash versus comprehensive incomes in the 1990s". *Pacific Economic Review*. 6: 2, pp. 193-210.
- Foster, J.E.; Greer, J.; Thorbercke, E. (1984). "A class of decomposable poverty measures". *Econometrica*, 3 (52).
- Gradín, C. (2001). "Polarización y desigualdad en Galicia y España, un análisis comparativo". *Revista de Estudios Regionales*. nº 59, pp. 47-68.
- Gradín, C.; del Río, C.; Cantó, O.(2006). "Poverty and women's labor market activity: the role of gender wage discrimination in the EU". *ECINEQWP 2006-40*.
- Horowitz, J.L. (2001), "The Bootstrap", *Handbook of Econometrics*, v. 5, Editors: Heckman, J.J. and Leamer, E., North Holland.

- Kakwani, N. (1989). "Testing for Significance of poverty Differences with application to Côte d'Ivoire". *Indiana University Libraries*.
- Martín-Guzmán, P. y otros (1996). "Desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares de 1973-74, 1980-81 y 1990-91". *Publicaciones del INE*.
- Martínez, M. (2005). "Gastos redistributivos y federalismo fiscal: el gasto de los sistemas de rentas mínimas". *Ed: Instituto de Estudios Fiscales*.
- Rongve, I. (1997). "Statistical inference for poverty indices with fixed poverty lines". *Applied Economics*. Nº 29, pp. 387-392.
- Ruiz-Castillo, J. (1987). "La medición de la pobreza y la desigualdad en España". *Banco de España, Estudios Económicos*. Nº 42.
- Schluter, Christian; Trede, Mark (2002). "Statistical inference for inequality and poverty measurement with dependent data". *International Economic Review*. Vol. 43, nº 2, mayo.
- Sierra, L. y Corral, J. M. (1998), "La pobreza en la Comunidad Autónoma del País Vasco", *Ekonomiaz*, 40, pp. 166-183.
- Toharia, L. (1993), "La incidencia familiar del paro", en L. Garrido y E. Gil Campos (comps.), *Estrategias Familiares*, Alianza Editorial, Madrid.

ANEXO 1. TABLAS.

Tabla 1: Estimación de los índices de pobreza e intervalos de confianza al 95%, con inferencia clásica para todos los hogares.

INFERENCIA CLÁSICA

| 2002 | FGT1 | inf | sup | FGT2 | inf | sup | FGT3 | inf | sup |
|--------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| Andalucía | 0,230 | 0,205 | 0,255 | 0,051 | 0,044 | 0,058 | 0,0172 | 0,0139 | 0,0205 |
| Aragón | 0,097 | 0,070 | 0,124 | 0,025 | 0,016 | 0,033 | 0,0097 | 0,0050 | 0,0144 |
| Asturias (Principado de) | 0,118 | 0,087 | 0,149 | 0,027 | 0,019 | 0,036 | 0,0092 | 0,0054 | 0,0129 |
| Baleares (Islas) | 0,109 | 0,076 | 0,143 | 0,017 | 0,010 | 0,023 | 0,0043 | 0,0019 | 0,0067 |
| Canarias | 0,202 | 0,165 | 0,239 | 0,037 | 0,027 | 0,046 | 0,0122 | 0,0074 | 0,0170 |
| Cantabria | 0,117 | 0,076 | 0,159 | 0,031 | 0,016 | 0,045 | 0,0136 | 0,0054 | 0,0217 |
| Castilla y León | 0,224 | 0,193 | 0,256 | 0,056 | 0,046 | 0,066 | 0,0211 | 0,0161 | 0,0261 |
| Castilla - La Mancha | 0,277 | 0,236 | 0,318 | 0,066 | 0,054 | 0,079 | 0,0227 | 0,0171 | 0,0284 |
| Cataluña | 0,096 | 0,078 | 0,114 | 0,019 | 0,015 | 0,024 | 0,0060 | 0,0039 | 0,0081 |
| Comunidad Valenciana | 0,148 | 0,124 | 0,172 | 0,029 | 0,023 | 0,035 | 0,0094 | 0,0066 | 0,0122 |
| Extremadura | 0,364 | 0,313 | 0,415 | 0,086 | 0,071 | 0,102 | 0,0288 | 0,0217 | 0,0360 |
| Galicia | 0,194 | 0,165 | 0,223 | 0,047 | 0,038 | 0,056 | 0,0184 | 0,0137 | 0,0231 |
| Madrid (Comunidad de) | 0,052 | 0,036 | 0,068 | 0,007 | 0,004 | 0,010 | 0,0018 | 0,0005 | 0,0032 |
| Murcia (Región de) | 0,105 | 0,073 | 0,137 | 0,023 | 0,014 | 0,032 | 0,0080 | 0,0035 | 0,0124 |
| Navarra (C. Foral de) | 0,046 | 0,018 | 0,073 | 0,005 | 0,001 | 0,008 | 0,0009 | -0,0003 | 0,0022 |
| País Vasco | 0,010 | 0,001 | 0,019 | 0,002 | 0,000 | 0,003 | 0,0004 | -0,0001 | 0,0008 |
| Rioja (La) | 0,076 | 0,042 | 0,109 | 0,016 | 0,008 | 0,024 | 0,0044 | 0,0013 | 0,0076 |
| Ceuta y Melilla | 0,157 | 0,091 | 0,222 | 0,045 | 0,021 | 0,069 | 0,0191 | 0,0044 | 0,0338 |
| TOTAL ESPAÑA | 0,148 | 0,140 | 0,155 | 0,032 | 0,030 | 0,034 | 0,0109 | 0,0100 | 0,0119 |

Tabla 2: Estimación de los índices de pobreza e intervalos de confianza al 95%, con inferencia clásica para los hogares encabezados por mayores de 65 años.

INFERENCIA CLÁSICA

| 2002 | FGT1 | inf | sup | FGT2 | inf | sup | FGT3 | inf | sup |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| Andalucía | 0,398 | 0,342 | 0,453 | 0,095 | 0,077 | 0,112 | 0,0320 | 0,0243 | 0,0398 |
| Aragón | 0,190 | 0,130 | 0,250 | 0,053 | 0,031 | 0,074 | 0,0222 | 0,0102 | 0,0343 |
| Asturias (Principado de) | 0,229 | 0,160 | 0,299 | 0,050 | 0,031 | 0,070 | 0,0170 | 0,0082 | 0,0258 |
| Baleares (Islas) | 0,241 | 0,155 | 0,327 | 0,036 | 0,018 | 0,055 | 0,0099 | 0,0031 | 0,0167 |
| Canarias | 0,284 | 0,209 | 0,358 | 0,045 | 0,028 | 0,063 | 0,0132 | 0,0055 | 0,0209 |
| Cantabria | 0,192 | 0,113 | 0,270 | 0,063 | 0,031 | 0,096 | 0,0305 | 0,0116 | 0,0494 |
| Castilla y León | 0,351 | 0,296 | 0,406 | 0,091 | 0,072 | 0,110 | 0,0357 | 0,0255 | 0,0459 |
| Castilla - La Mancha | 0,429 | 0,356 | 0,502 | 0,125 | 0,098 | 0,151 | 0,0477 | 0,0350 | 0,0605 |
| Cataluña | 0,198 | 0,154 | 0,243 | 0,043 | 0,031 | 0,056 | 0,0149 | 0,0085 | 0,0214 |
| Comunidad Valenciana | 0,274 | 0,219 | 0,330 | 0,057 | 0,042 | 0,073 | 0,0188 | 0,0119 | 0,0256 |
| Extremadura | 0,495 | 0,407 | 0,582 | 0,108 | 0,082 | 0,133 | 0,0327 | 0,0223 | 0,0431 |
| Galicia | 0,304 | 0,248 | 0,360 | 0,089 | 0,068 | 0,110 | 0,0371 | 0,0262 | 0,0480 |
| Madrid (Comunidad de) | 0,061 | 0,029 | 0,092 | 0,008 | 0,002 | 0,014 | 0,0021 | -0,0004 | 0,0046 |
| Murcia (Región de) | 0,179 | 0,102 | 0,255 | 0,042 | 0,018 | 0,065 | 0,0156 | 0,0026 | 0,0287 |
| Navarra (C. Foral de) | 0,089 | 0,022 | 0,157 | 0,013 | 0,000 | 0,026 | 0,0030 | -0,0012 | 0,0072 |
| País Vasco | 0,010 | -0,007 | 0,026 | 0,002 | -0,001 | 0,005 | 0,0003 | -0,0003 | 0,0009 |
| Rioja (La) | 0,175 | 0,085 | 0,266 | 0,036 | 0,013 | 0,059 | 0,0105 | 0,0007 | 0,0204 |
| Ceuta y Melilla | 0,107 | 0,002 | 0,213 | 0,029 | -0,003 | 0,062 | 0,0098 | -0,0026 | 0,0223 |
| TOTAL ESPAÑA mayores | 0,254 | 0,238 | 0,270 | 0,060 | 0,055 | 0,065 | 0,0214 | 0,0191 | 0,0237 |

Tabla 3: Estimación de los índices de pobreza e intervalos de confianza al 95%, con metodología *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años.

BOOTSTRAP CON 1000 RÉPLICAS

| 2002 | FGT1 | inf | sup | FGT2 | inf | sup | FGT3 | inf | sup |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| Andalucía | 0,395 | 0,336 | 0,459 | 0,094 | 0,076 | 0,114 | 0,0320 | 0,0238 | 0,0410 |
| Aragón | 0,188 | 0,127 | 0,251 | 0,052 | 0,033 | 0,074 | 0,0225 | 0,0114 | 0,0352 |
| Asturias (Principado de) | 0,223 | 0,156 | 0,293 | 0,049 | 0,031 | 0,069 | 0,0163 | 0,0079 | 0,0256 |
| Baleares (Islas) | 0,246 | 0,155 | 0,341 | 0,037 | 0,017 | 0,062 | 0,0102 | 0,0028 | 0,0198 |
| Canarias | 0,287 | 0,212 | 0,368 | 0,046 | 0,028 | 0,067 | 0,0134 | 0,0060 | 0,0228 |
| Cantabria | 0,182 | 0,104 | 0,273 | 0,063 | 0,030 | 0,100 | 0,0309 | 0,0127 | 0,0556 |
| Castilla y León | 0,348 | 0,291 | 0,406 | 0,090 | 0,070 | 0,110 | 0,0355 | 0,0250 | 0,0476 |
| Castilla - La Mancha | 0,429 | 0,355 | 0,505 | 0,125 | 0,099 | 0,156 | 0,0485 | 0,0354 | 0,0625 |
| Cataluña | 0,199 | 0,151 | 0,251 | 0,043 | 0,029 | 0,061 | 0,0153 | 0,0080 | 0,0244 |
| Comunidad Valenciana | 0,277 | 0,224 | 0,338 | 0,058 | 0,043 | 0,075 | 0,0190 | 0,0128 | 0,0267 |
| Extremadura | 0,493 | 0,403 | 0,584 | 0,106 | 0,082 | 0,132 | 0,0322 | 0,0224 | 0,0437 |
| Galicia | 0,306 | 0,250 | 0,363 | 0,090 | 0,070 | 0,113 | 0,0374 | 0,0275 | 0,0499 |
| Madrid (Comunidad de) | 0,062 | 0,031 | 0,099 | 0,008 | 0,003 | 0,014 | 0,0021 | 0,0002 | 0,0049 |
| Murcia (Región de) | 0,183 | 0,099 | 0,270 | 0,043 | 0,021 | 0,069 | 0,0161 | 0,0048 | 0,0332 |
| Navarra (C. Foral de) | 0,093 | 0,021 | 0,178 | 0,013 | 0,002 | 0,028 | 0,0031 | 0,0001 | 0,0078 |
| País Vasco | 0,010 | 0,000 | 0,026 | 0,002 | 0,000 | 0,005 | 0,0003 | 0,0000 | 0,0009 |
| Rioja (La) | 0,170 | 0,078 | 0,273 | 0,036 | 0,016 | 0,060 | 0,0110 | 0,0036 | 0,0209 |
| Ceuta y Melilla | 0,092 | 0,000 | 0,195 | 0,025 | 0,001 | 0,056 | 0,0074 | 0,0004 | 0,0183 |
| TOTAL ESPAÑA mayores | 0,254 | 0,236 | 0,271 | 0,060 | 0,054 | 0,065 | 0,0214 | 0,0189 | 0,0242 |

Tabla 4: Comparación de la amplitud de los intervalos de confianza *bootstrap* con los intervalos de confianza derivados de la inferencia clásica con los datos originales, al 95% de nivel de confianza.

inferencia clásica/método percentil

| 2002 | FGT1 | FGT2 | FGT3 |
|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|
| Andalucía | 0,90 | 0,92 | 0,89 |
| Aragón | 0,97 | 1,03 | 1,01 |
| Asturias (Principado de) | 1,02 | 1,04 | 0,99 |
| Baleares (Islas) | 0,92 | 0,83 | 0,80 |
| Canarias | 0,95 | 0,90 | 0,92 |
| Cantabria | 0,92 | 0,93 | 0,88 |
| Castilla y León | 0,95 | 0,96 | 0,90 |
| Castilla - La Mancha | 0,97 | 0,93 | 0,94 |
| Cataluña | 0,89 | 0,81 | 0,79 |
| Comunidad Valenciana | 0,97 | 0,98 | 0,98 |
| Extremadura | 0,96 | 1,02 | 0,97 |
| Galicia | 1,00 | 0,97 | 0,97 |
| Madrid (Comunidad de) | 0,94 | 1,04 | 1,05 |
| Murcia (Región de) | 0,89 | 0,98 | 0,92 |
| Navarra (C. Foral de) | 0,86 | 0,97 | 1,08 |
| País Vasco | 1,28 | 1,29 | 1,25 |
| Rioja (La) | 0,93 | 1,04 | 1,14 |
| Ceuta y Melilla | 1,09 | 1,18 | 1,40 |
| TOTAL ESPAÑA mayores | 0,90 | 0,87 | 0,87 |

Tabla 5: Tamaños muestrales de las distintas comunidades autónomas para los hogares encabezados por mayores de 65 años.

| 2002 | n |
|-----------------------------|-------------|
| Andalucía | 302 |
| Aragón | 165 |
| Asturias (Principado de) | 141 |
| Baleares (Islas) | 95 |
| Canarias | 141 |
| Cantabria | 97 |
| Castilla y León | 289 |
| Castilla - La Mancha | 177 |
| Cataluña | 310 |
| Comunidad Valenciana | 250 |
| Extremadura | 126 |
| Galicia | 258 |
| Madrid (Comunidad de) | 215 |
| Murcia (Región de) | 96 |
| Navarra (C. Foral de) | 68 |
| País Vasco | 134 |
| Rioja (La) | 68 |
| Ceuta y Melilla | 33 |
| TOTAL ESPAÑA mayores | 2965 |

ANEXO 2. FIGURAS

Figura 1: Gráficos Box-Plot del índice FGT_1 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

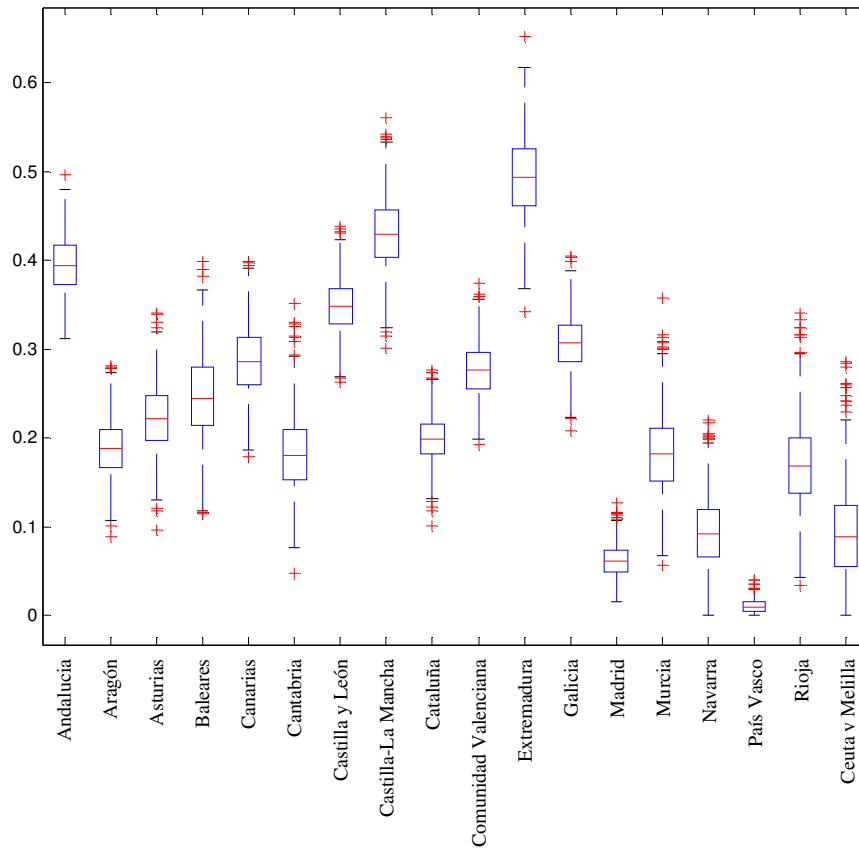


Figura 2: Gráficos Box-Plot del índice FGT_2 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

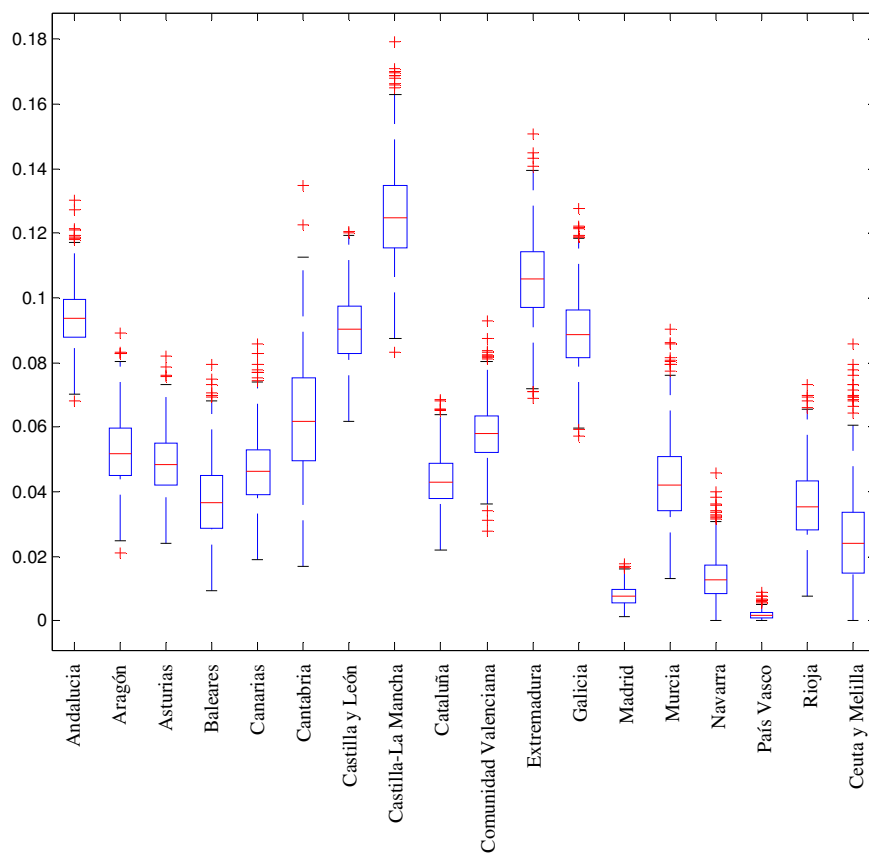


Figura 3: Gráficos Box-Plot del índice FGT_3 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

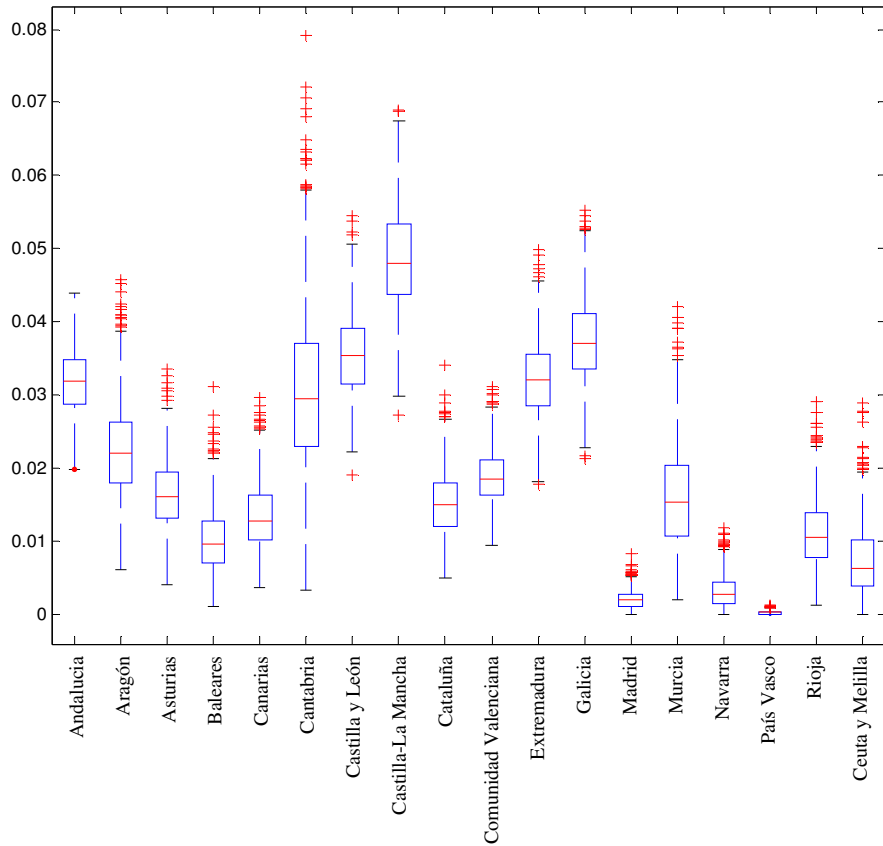


Figura 4: Funciones Kernel del índice FGT_1 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

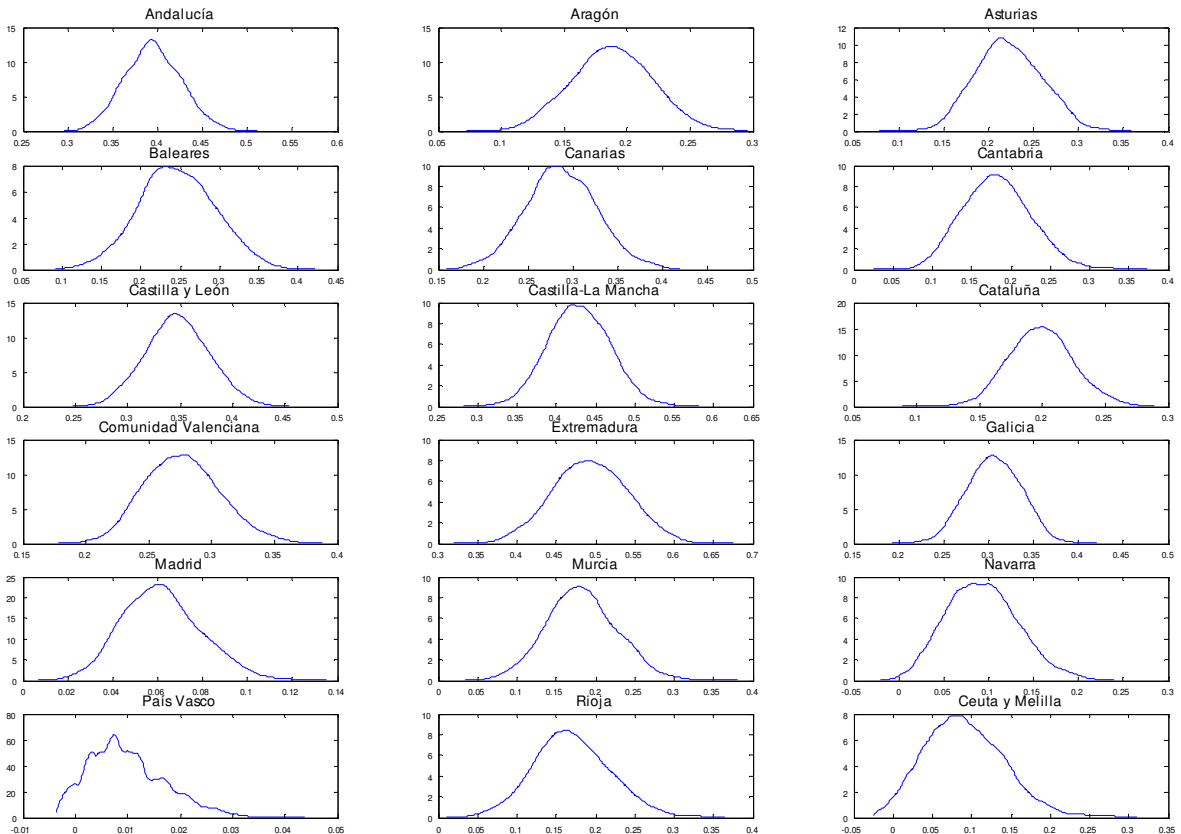


Figura 5: Funciones Kernel del índice FGT_2 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

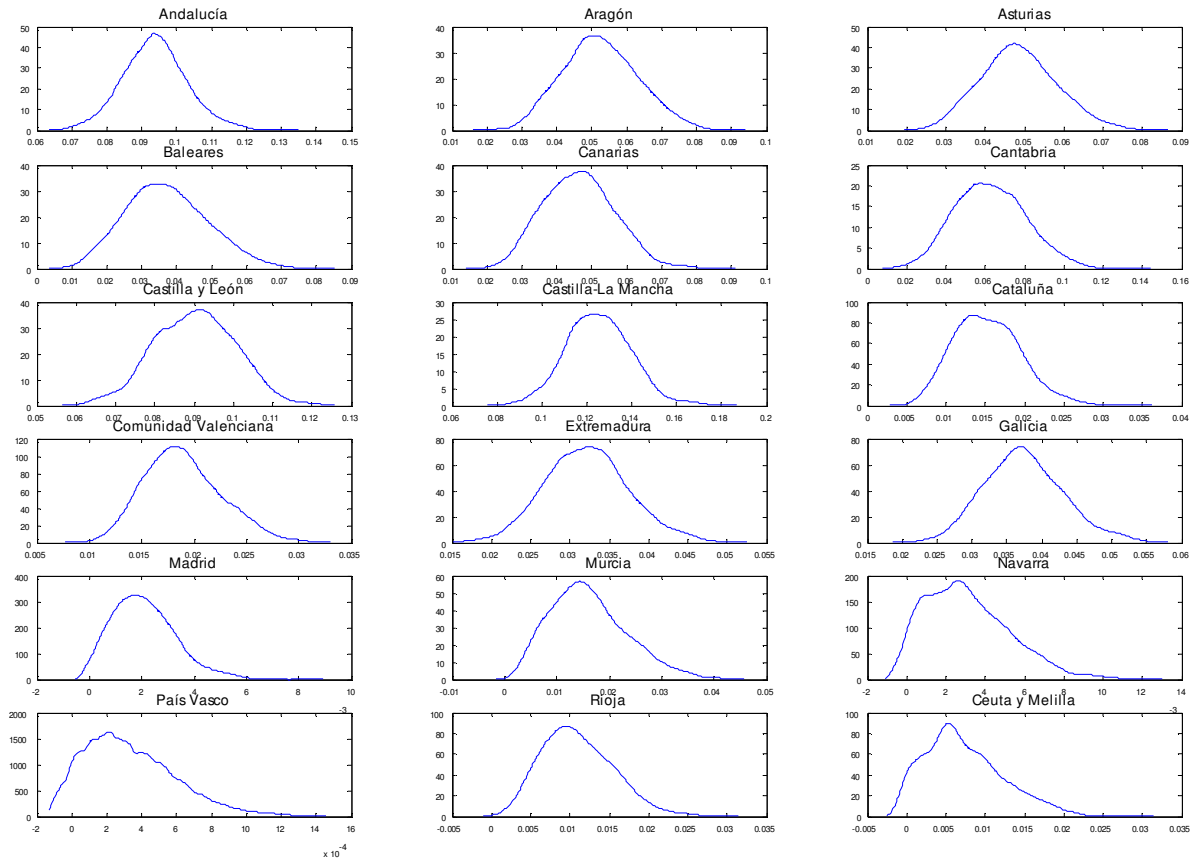


Figura 6: Funciones Kernel del índice FGT_3 *bootstrap* para los hogares encabezados por mayores de 65 años por comunidades autónomas con 1000 réplicas.

